

最難関中コース

算数 標準

# 問題

4. 図形と比

②-B

中受ゼミ G

1

下の図1のような、辺ADと辺BCが平行で、 $AD:BC=3:4$ である台形ABCDについて考えます。辺ABを3等分する点を、Aに近いほうからP、Qとします。また、DQとBCをともに延長して交わる点をEとします。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、比は最も簡単な整数比で答えるものとします。

- (1)  $EB:BC$ を求めなさい。
- (2) 三角形DQCと台形ABCDの面積の比を求めなさい。
- (3) さらに図2のように、辺DC上に点Rを、 $DR:RC=3:1$ となるようにとり、PRとQDが交わる点をSとします。また、PRとADをともに延長して交わる点をF、PRとBCをともに延長して交わる点をGとします。
  - ①  $FP:PR:RG$ を求めなさい。
  - ②  $PS:SR$ を求めなさい。

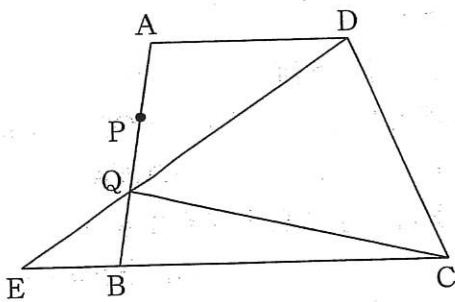


図1

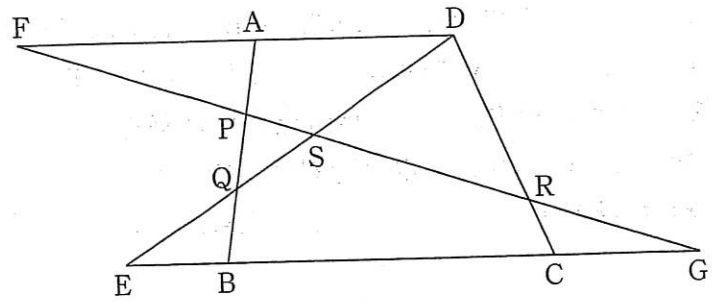
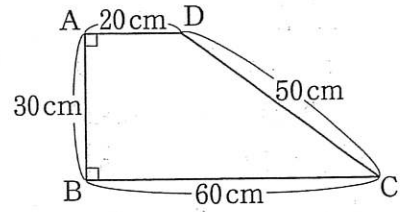


図2

→ 497

2

右の図のように  $AB=30\text{cm}$ ,  $BC=60\text{cm}$ ,  
 $CD=50\text{cm}$ ,  $DA=20\text{cm}$  で, 角 A と角 B がい  
 ずれも  $90^\circ$  である台形があります. この周の上を点 P が D を  
 出発し, 毎秒  $2\text{cm}$  の速さで A, B を通って C まで動きます.  
 このとき, 次の各問いに答えなさい.



(1) 台形 ABCD の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか.

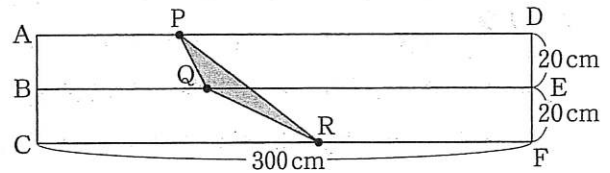
(2) 三角形 PCD の面積が台形 ABCD の面積の  $\frac{1}{2}$  倍となるのは, 点 P が D を出発してか  
 ら何秒後と何秒後ですか.

(3) (2)の状態になるときに, 点 P がいる地点を順に S, T とします. CD 上に点 R をと  
 るとき, 三角形 RST の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか.

→ 542

3

右の図のように、同じ長方形を2個並べた図形があります。3つの点P, Q, Rは、はじめにそれぞれ点A, B, Cにあり、次のように動きます。



点Pは毎秒12cmの速さで $A \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow \dots$ と辺AD上を往復し続けます。同じように、点Qは辺BE上を毎秒15cmの速さで、点Rは辺CF上を毎秒20cmの速さで、それぞれ往復し続けます。3つの点P, Q, Rが同時に出発するとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 出発してから3分20秒後の三角形PQRの面積は何 $\text{cm}^2$ ですか。
- (2) 2つの点P, Rが、初めて同時に辺AC上に着くのは、出発してから何分何秒後ですか。また、このときの三角形PQRの面積は何 $\text{cm}^2$ ですか。
- (3) 2つの点P, Rが、初めて同時に辺DF上に着くのは、出発してから何分何秒後ですか。また、このときの三角形PQRの面積は何 $\text{cm}^2$ ですか。
- (4) 三角形PQRの面積がもっとも大きくなる時、その面積は何 $\text{cm}^2$ ですか。
- (5) 3つの点P, Q, Rが出発した時刻を8時0分0秒とします。三角形PQRの面積が初めて(4)の面積になる時刻は8時  分  秒です。また、次に(4)の面積になる時刻は8時  分  秒です。空らん  ~  にあてはまる数を答えなさい。

→ 542

4

右の図1のような、台形  
ABCD (ABとDCは平行)

があります。ABとEFが垂直になる  
ようにAB上に点E、DC上に点Fを  
とります。また、点Pは毎秒1cmの  
速さでEF上を点Eから点Fに向か  
って動きます。図2は、点Pが点E  
を出発してからの三角形APDの面積

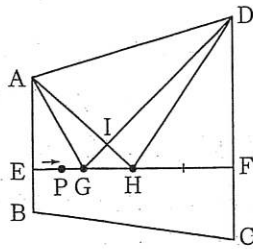


図1

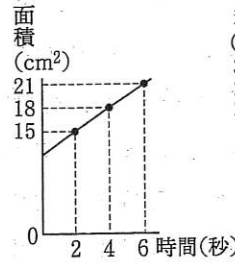


図2

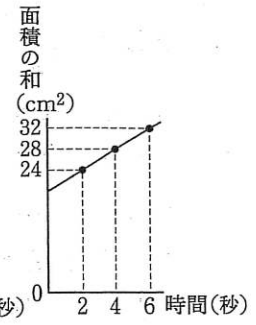


図3

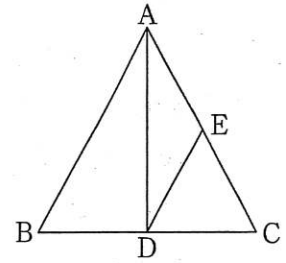
の変化のようすを表したグラフです。図3は、点Pが点Eを出発してからの三角形APD、  
三角形BPCのそれぞれの面積の和の変化のようすを表したグラフです。EFの長さを8cm  
として、次の問いに答えなさい。

- (1) AE, DFの長さをそれぞれ求めなさい。
- (2) EB, FCの長さをそれぞれ求めなさい。
- (3) 点Pが点Eを出発してから、2秒後のときの点をG, 4秒後のときの点をHとしま  
す。AHとDGとが交わった点をIとすると、三角形IGHの面積を求めなさい。

→ 543

5

図の三角形 ABC は、辺 AB と辺 AC の長さが 17cm で、  
辺 BC の長さが 16cm です。点 D, E は、それぞれ辺 BC,  
AC のまん中の点です。四角形 ABDE の面積は  $90\text{cm}^2$  です。  
次の問いに答えなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。



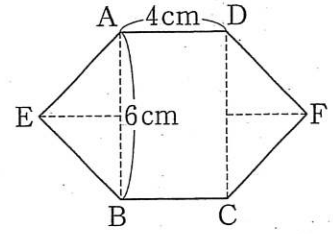
(1) 直線 AD の長さを求めなさい。

(2) 四角形 ABDE を、直線 BD を軸として一回転させてできる立  
体の表面積を求めなさい。

→ 574

6

右の図は、たて6cm、よこ4cmの長方形の紙1枚と、  
 直角をはさむ2辺の長さがどちらも3cmの直角二等辺  
 三角形の紙4枚をはりあわせて作ったものです。ただし、のりしろ  
 は考えません。この紙がEFを軸として1回転する間に通過する部  
 分の体積を  $V\text{cm}^3$  とすると、 $V$  は円周率の ① 倍です。また、こ  
 の紙がABを軸として1回転する間に通過する部分の体積を  $W$   
 $\text{cm}^3$  とすると、 $W$  は円周率の ② 倍です。

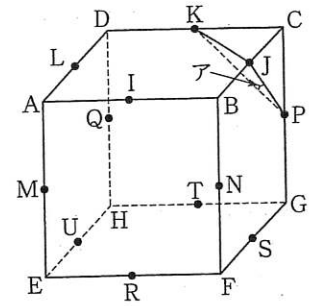


→ 574

7

1 辺の長さが 4cm の立方体 ABCD-EFGH があります。

図のように、各辺のまん中の点をそれぞれ I, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, U とし、3 点 I, N, J を通る平面、3 点 J, P, K を通る平面、3 点 K, Q, L を通る平面、3 点 L, M, I を通る平面、3 点 M, R, U を通る平面、3 点 N, R, S を通る平面、3 点 P, S, T を通る平面の 7 つの平面で立方体を切り、7 個の三角すいを切り取りました。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 角ア (切断面の三角形の 2 つの辺 PK と PJ のつくる角) の大きさを求めなさい。
- (2) 残った立体の体積を求めなさい (答えは分数のままでよい)。
- (3) 切り取られたすべての三角すいの切断面を除いた表面積の和(ア)と、残った立体の切断面を除いた表面積(イ)の比をもっとも簡単な整数を用いて表しなさい。
- (4) 残った立体を、底面からの高さが 1cm のところで、底面に平行な平面で切って 2 つに分けたとき、小さい方の立体の体積を求めなさい。ただし、底面とは面 HURST のこととします。

→ 588