

最難関中コース

算数 標準

問題

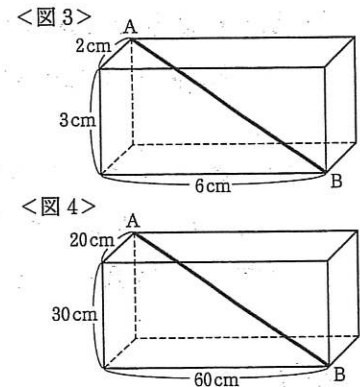
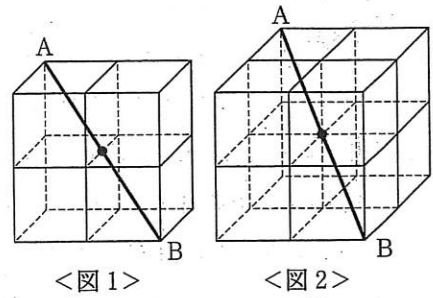
6. 立体 ⑥-C

(影、展開図、水そう)

中受ゼミ G

1

1 辺の長さが 1cm である小立方体をいくつか組み合わせて、直方体や立方体を作ります。できた立体の最も遠い位置にある 2 つの頂点 A, B を選び、A と B をまっすぐな線で結びます。この線をできた立体の対角線 AB ということにします。対角線 AB が A と B の間で小立方体の辺や頂点と何か所で交わるかを考えます。ただし、両端^{はし}の点 A, B は考えないものとし、同じ所で 2 つ以上の小立方体の辺や頂点と交わる場合には 1 か所と考えることとします。例えば、<図 1> のような 3 辺の長さがそれぞれ 1cm, 2cm, 2cm である直方体の場合や、<図 2> のような 1 辺の長さが 2cm の立方体の場合は、対角線 AB が小立方体の辺や頂点と交わるのは 1 か所です。このとき、次の各問いに答えなさい。



- (1) <図 3> のような 3 辺の長さがそれぞれ 2cm, 3cm, 6cm である直方体を作ります。このとき、対角線 AB は小立方体の辺や頂点と何か所で交わりますか。
- (2) <図 4> のような 3 辺の長さがそれぞれ 20cm, 30cm, 60cm である直方体を作ります。このとき、対角線 AB は小立方体の辺や頂点と何か所で交わりますか。

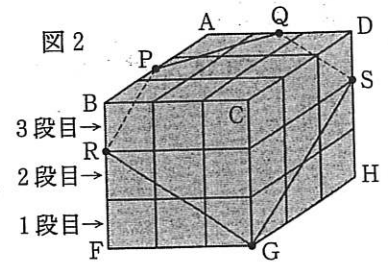
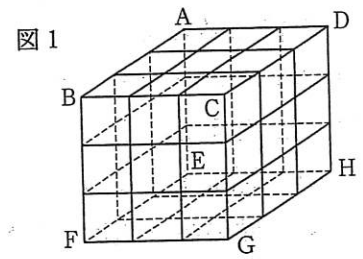
→ 665

2

図1のように、1辺の長さが1cmの小さな立方体27個を積み重ねて大きな立方体を作ります。この大きな立方体の表面全体に、図2のように、底の部分も含めて色をぬります。

辺AB, 辺ADの真ん中の点をそれぞれ点P, 点Qとします。また、辺BFの上で、 $BR:RF=1:2$ となる点を点Rとし、辺DHの上で、 $DS:SH=1:2$ となる点を点Sとします。この大きな立方体を、5つの点P, Q, S, G, Rを通る平面で切りました。このとき、次の問いに答えなさい。

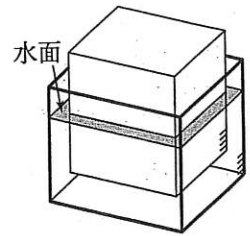
- (1) 図2の3段目の9個の小さな立方体のうち、この平面で切られなかった立方体は何個ですか。
- (2) 図2の1段目の9個の小さな立方体のうち、この平面で切られなかった立方体は何個ですか。
- (3) 27個の小さな立方体のうち、この平面で切られなかった小さな立方体を取り出します。それらの小さな立方体の表面で、色がぬられていない部分の面積の和は何 cm^2 ですか。



→ 665

3

水平な床の上に置かれた、内側の底面積が 1m^2 、深さが 50cm の直方体の形をした水そうに、いくらかの水が入っています。この水そうの中に、底面積が 0.7m^2 、高さが 50cm の直方体の物体 A を、その底面を水平に保ちながらゆっくり沈めていきます。物体 A の側面と水そうの側面には、どちらにも下の端を 0cm とし、真上に向けて目盛りがついています。ただし、水そうの底面の厚みは考えません。

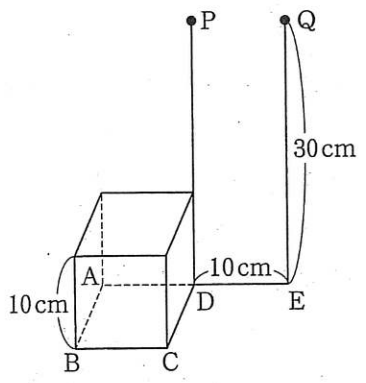


- (1) 物体 A の底面が水面に触れている状態から物体 A を沈めて、その底面を水そうの底面に 3cm だけ近づけたとき、水はあふれませんでした。このとき、水面は、水そうの目盛りで cm 上がり、物体 A の目盛りで cm のところにありました。
- (2) 水面が物体 A の目盛りで 30cm のところにくるまで物体 A を沈めたとき、水面は水そうの目盛りで 50cm のところまで上がりましたが、水はあふれませんでした。
- (ア) 物体 A を沈め始める前の水面は、水そうの目盛りで何 cm のところにありましたか。
- (イ) 物体 A を水そうの底まで沈めて水をあふれさせたのち、物体 A をゆっくり引き上げました。水面が水そうの目盛りで(ア)の答えと同じところまで下がったとき、水面は物体 A の目盛りで何 cm のところにありますか。

→ 701

4

右図のように、平らな地面の上に1辺10cmの立方体のレンガが置いてあります。3点A, D, Eは一直線に並んでいて、 $DE=10\text{cm}$ です。また、点D, Eの真上30cmのところにそれぞれ電球P, Qを置きます。電球の大きさは考えないものとして、次の問に答えなさい。



- (1) 電球Pだけをつけたとき、地面にできるレンガの影の面積を求めなさい。
- (2) 電球Qだけをつけたとき、地面にできるレンガの影の面積を求めなさい。

→ 685

5

水平な地面の上に垂直に棒を立て、太陽によるかげの長さを測る。[図1]で、棒の長さが

50cm のとき、かげの長さは 20cm であった。

この条件のもとで、[図2]、[図3]を考

える。[図2]、[図3]

は、ともに段は 6 段あり、段の 1 段は高さ、奥行きとも 10cm であり、棒は段の端から 30cm のところに立てることとする。ただし、[図2]、[図3]でかげの長さを測るときは、地面にできたかげ、段の高さと奥行きにできたかげのすべてを測るものとする。このとき、次の問いに答えなさい。

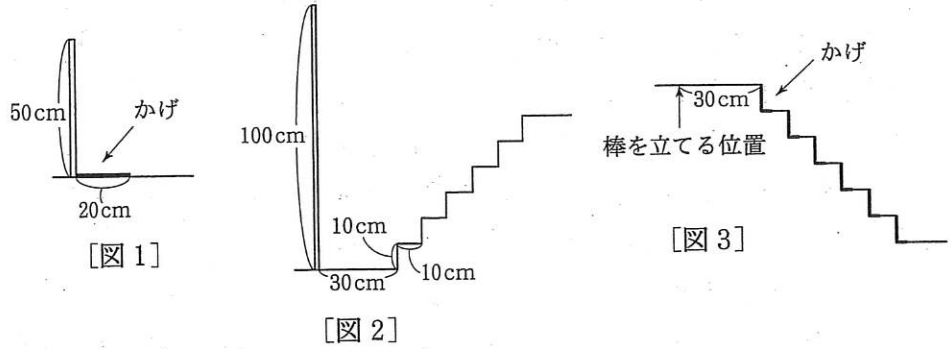
(1) [図2]で、棒の長さが 100cm のとき、かげの長さの和を求めなさい。

(2) [図3]で、棒がない状態のときには、段の部分のみにかげができています。

① このかげの長さの和を求めなさい。

② 棒がない状態から、ある長さの棒を立てたとき、かげの長さの和が 38cm 増えた。このとき、立てた棒の長さを求めなさい。

③ 棒がない状態から、長さ 145cm の棒を立てたとき、かげの長さの和は何 cm 増えますか。



→ 685

6

1 辺が 3cm の立方体の 1 つの面を⑦とし、図 1 のように面⑦の各辺を 3 等分して線を引き、まん中の正方形を ABCD とする。この立方体を面⑦が上になるように水平なゆかに置く。そして、図 2 のようにあかりのついた電球を長さ 3cm の棒の先につけ、点 A の上に面⑦と垂直になるように立てると、ゆかにかげができた。棒の太さや電球の大きさは考えないものとする。

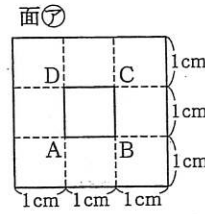


図 1

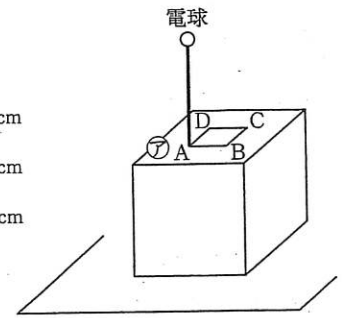


図 2

- (1) 電球のあかりによってゆかにできたかげの面積を求めなさい。
次に、電球をつけた棒を、つねに面⑦に垂直な状態を保ちながら、正方形 ABCD の辺上を毎秒 1cm の速さで $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ と 4 秒間動かした。
- (2) 電球をつけた棒を 4 秒間動かしたとき、電球のあかりによって 4 秒間ずっとかげになっているゆかの部分の面積を求めなさい。
- (3) 電球をつけた棒を 4 秒間動かしたとき、電球のあかりによって 0 秒以上 1 秒以下、かげになるゆかの部分をぬりなさい。解答らんの図は、図 2 を真上から見たものである。

→ 686