最難関中コース

算数　標準

問題

7．整数　④－C

中受ゼミG

1

1から400までの数字が表には黒字で，裏(うら)には赤字で書かれたカードがあります．これらのカードがはじめは黒字を上にして置いてあります．このとき次の問いに答えなさい．

（1） 3の倍数のカードをすべてひっくり返したとき，赤字が上になっているカードは何枚あるか求めなさい．

（2） （1）の後に，4の倍数のカードをすべてひっくり返したとき，赤字が上になっているカードは何枚あるか求めなさい．

（3） （2）の後に，5の倍数のカードをすべてひっくり返したとき，赤字が上になっているカードは何枚あるか求めなさい．

→ 816

2　1から9までの異なる整数が1つずつ書かれた9枚のカードがあります．この9枚のカードから7枚を取り出し，横に1列に並べた数の列 ABCDEFG を作ったところ，次のことがわかりました．

（ア） A は1　（イ） 7桁(けた)の数 ABCDEFG は5の倍数

（ウ） 6桁の数 ABCDEF は4の倍数　（エ） 5桁の数 ABCDE は奇数(きすう)

（オ） 4桁の数 ABCD は6の倍数　（カ） 3桁の数 ABC と2桁の数 AB は3の倍数

（キ） 使わなかった2枚のカードに書かれた数の和は13

このとき，次の問いに答えなさい．

（1） 数 G は何ですか．　（2） 数 D は何ですか．

（3） 使わなかったカードに書かれた数2つは何ですか．

（4） 7桁の数 ABCDEFG は何ですか．

→ 760

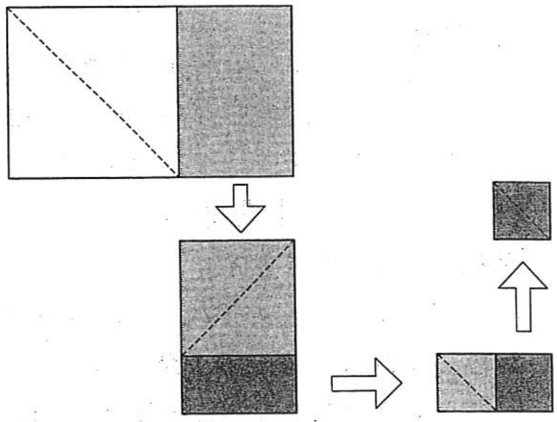
3　赤色，白色のタイルがそれぞれ70枚ずつあります．赤色のタイルは辺の長さが4cmと6cmの長方形で，白色のタイルは辺の長さが5cmと8cmの長方形です．

（1）赤色のタイルをすきまなく同じ向きに並べ，最も小さい正方形をつくるとき，その正方形の1辺の長さと，使う赤色のタイルの枚数を求めなさい．

（2）赤色のタイルと白色のタイルを組み合わせてすきまなく並べて長方形をつくり，その長方形をいくつか並べて最も小さい正方形をつくるとき，その正方形の1辺の長さと使う赤色のタイルの枚数と白色のタイルの枚数を求めなさい．ただし，各タイルはそれぞれ同じ向きに並べることとします．

→ 787

4 長方形の紙から，正方形の折り紙をつくります．まず，図のように対角線部分を折ることによって，一枚の正方形の折り紙を切りとりました．残りの紙でも同じようにして，正方形の折り紙をつくりました．さらに残った紙で正方形の折り紙をつくると，残りは，ちょうど一辺の長さが3cmの正方形になりました．このとき，もとの長方形の長い方の辺の長さは（ ① ）cm，短い方の辺の長さは（ ② ）cmです．



次に別の大きさの長方形の紙でも同じように正方形の折り紙をつくりました．今度は，最初に同じ大きさの正方形の折り紙を2枚つくることができ，残りの紙で一辺が3cmの折り紙がちょうど3枚できました．このとき，もとの長方形の長い方の辺の長さは（ ③ ）cm，短い方の辺の長さは（ ④ ）cmです．

また，縦(たて)の長さが20cm，横の長さが52cmの長方形の紙から同じように正方形をつくりました．すると，正方形の折り紙が全部で（ ⑤ ）枚でき，その中で最も小さい正方形は一辺の長さが（ ⑥ ）cmでした．この一辺の長さが（ ⑥ ）cmの正方形の折り紙に合わせて他の大きさの折り紙も切ったら，一辺の長さが（ ⑥ ）cmの折り紙が（ ⑦ ）枚できました．このことから，20と52の最大公約数は（ ⑥ ）であることがわかります．

次の各問いに答えなさい．

（1） 上の文章中の①～⑦にあてはまる数を答えなさい．なお，同じ番号には同じ数が入ります．

（2） この考えを利用して，11303と12319の最大公約数を求めなさい

→　788

5　x，yはどちらも2以上100以下の整数とします．そして，xの約数のうち，小さい方から2番目の約数を$\{x\}$で表すことにします．たとえば，$\{2\}=2$，$\{35\}=5$となります．

（1）　$\{x\}=3$となるようなxは全部でいくつありますか．

（2）　$\{x\}$が30以上100以下となるようなxは全部でいくつありますか．

（3）　$\{x\}+\{y\}=10$となるようなx，yの値（あたい）の組は全部でいくつありますか．

→　**832**

6 整数 a を3で割ったときのあまりを $[a]$ で表します．ただし，a が3で割り切れるとき，$[a]=0$ とします．たとえば，$[1]=1$，$[11]=2$，$[18]=0$ になります．

（1） ① $[1]+[2]+[3]+\cdots\cdots+[12]$ を計算するといくつになりますか．

② $[1+2+3+\cdots\cdots+12]$ を計算するといくつになりますか．

（2） $[b]+[b]=[b]$ になる2けたの整数 b が何個かあります．その中で6番目に大きい整数はいくつですか．

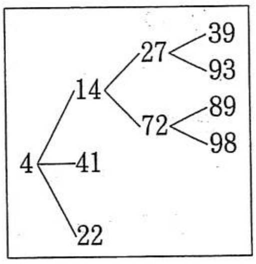
（3） $[1+2+3+\cdots\cdots+c]=1$ になる2けたの整数 c が何個かあります．その中で6番目に大きい整数はいくつですか．

（4） d を2けたの整数とします．$[1]+[2]+[3]+\cdots\cdots+[d]=d$ になる整数 d は全部で何個ありますか．また，その中で6番目に大きい整数はいくつですか．

→ 784

7　10から99までの2けたの整数を考え，十の位の数字と一の位の数字をかけ合わせる計算をします．その計算を，答えが0から9までの1けたの整数になるまで続けます．たとえば，23，62，87は，次のようになります．

23は，$2\times3=6$になります．
62は，$6\times2=12 \rightarrow 1\times2=2$になります．
87は，$8\times7=56 \rightarrow 5\times6=30 \rightarrow 3\times0=0$になります．



この結果を，$<23>=6$，$<62>=2$，$<87>=0$と表します．

こんどは，$<N>=4$となる2けたの整数Nを調べます．右のわく内を参考にしなさい．

はじめに，かけて4になる2つの整数の組は1と4，または，2と2なので，Nは14，41，22が考えられます．次に，かけて14になる2つの整数の組のうち，1けたどうしの組は，2と7なので，Nは27，72が考えられます．かけて41，または，かけて22になる2つの整数の組のうち，1けたどうしの組はありません．さらに，かけて27，または72になる2つの整数の組のうち，1けたどうしの組は3と9，または8と9なので，Nは39，93，89，98が考えられます．最後に，かけて39，93，89，98になる2つの整数の組のうち，1けたどうしの組はありません．したがって，Nは14，41，22，27，72，39，93，89，98です．

（1）　$<50>$，$<77>$は，それぞれいくつになりますか．
（2）　$<A>=5$となる2けたの整数Aをすべて答えなさい．
（3）　$<B>=0$となる2けたの整数Bは何個ありますか．

→　**810**