

最難関中コース
算数 標準

問題

8. 数列 ④-B

中受ゼミ G

1

コンピュータの画面に100以下の整数が1つ表示されています。手元にAとBの2つのボタンがあり、Aを押すと画面の数が2倍され、Bを押すと画面の数から50が引かれます。画面を見て、Aを押すと画面の数が100をこえるときにはBを押し、それ以外のときにはAを押すことにします。この操作で表示される数を順に記録していき、同じ数を記録した時点でこの操作を終了します。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、はじめの整数は記録しないものとします。

- (1) はじめの整数が12のとき、AとBのボタンを合わせて何回押せば操作が終了しますか。
- (2) 操作が終了したとき、Aを押した回数とBを押した回数が同じでした。はじめの整数は何ですか。

2

次の規則にしたがって、数の列を作ります。

〈規則1〉 1番目は4, 2番目は7です。

〈規則2〉 はじめから順番に連続する2つの数を取り出し、その積が1けたならばその数を列の後ろに書き、その積が2けたならば十の位、一の位の数を列の後ろに順に書きます。たとえば、10番目の数までをこの規則にしたがって順に作ると、次のようになります。

- ① 1番目は4, 2番目は7なので、数の列は 4, 7
- ② 1番目, 2番目の数の積は $4 \times 7 = 28$ なので、数の列は 4, 7, 2, 8
- ③ 2番目, 3番目の数の積は $7 \times 2 = 14$ なので、数の列は 4, 7, 2, 8, 1, 4
- ④ 3番目, 4番目の数の積は $2 \times 8 = 16$ なので、数の列は
4, 7, 2, 8, 1, 4, 1, 6
- ⑤ 4番目, 5番目の数の積は $8 \times 1 = 8$ なので、数の列は
4, 7, 2, 8, 1, 4, 1, 6, 8
- ⑥ 5番目, 6番目の数の積は $1 \times 4 = 4$ なので、数の列は
4, 7, 2, 8, 1, 4, 1, 6, 8, 4

このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 20番目の数はいくつですか。
- (2) 初めて数の列が2, 4, 2, 4と並ぶのは、何番目から何番目ですか。
- (3) 初めて同じ数が3個続くのは、何番目から何番目ですか。

→ 893

3

たくさんのマス目に、ある規則に従って1から400までの整数を書き入れています。1回目は図1のように書き入れました。それを消して、2回目は図2のように書き入れました。整数が2回とも書き入れられたマス目は、全部で 個あります。

16	15	14	13		
9	8	7	12	∴	
4	3	6	11	18	
1	2	5	10	17	

図1

16					
11	17				
7	12	18			
4	8	13	∴		
2	5	9	14		
1	3	6	10	15	

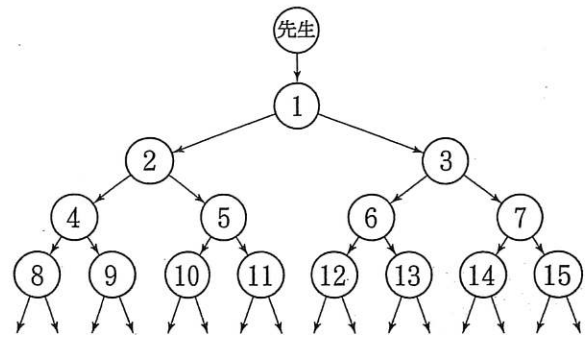
図2

→ 1023

4

ある40人のクラスの緊急連絡網^{きんきょうれんらくもう}は、右の図のようになっています。

やじるし^{やじるし}の方向に電話をかけます。また、丸の中の数字は生徒の出席番号を表します。出席番号が16番以降についても同じ規則にしたがって並んでいます。



[緊急連絡網の使い方]

- ① まず初めに、先生から1番の生徒に電話で連絡が入ります。
- ② 電話を受けた生徒は、それぞれ2人の生徒にすぐに電話をかけます。しかし2人同時に電話をかけることはできず、出席番号の小さい生徒から順に電話をかけることにします。例えば、出席番号4番の生徒は、8番、9番の順に生徒に電話をかけます。
- ③ 1人の生徒への電話をかけ終わるまでにかかる時間は1分とします。

ある日の7時ちょうどに先生が1番の生徒に電話をかけはじめました。そして7時1分ちょうどに先生が電話をかけ終わると同時に、1番の生徒は次の生徒に電話をかけはじめました。これ以降、同じように緊急連絡網を使ったところ、途中で電話がつながらない生徒はいませんでした。

- (1) 出席番号15番の生徒が、最初の生徒に電話をかけたのは7時何分ですか。
- (2) 7時6分までには、何人の生徒に連絡が伝わりましたか。
- (3) 7時何分にクラス全員に連絡が行き渡りましたか。
- (4) 電話のかかってくる時間が早いほうが、番号が小さくなるように、1から40までの番号を付けます。この番号を新たに「連絡番号」と呼ぶことにします。ただし、時間が同じ場合には、出席番号の小さい生徒のほうが「連絡番号」も小さくなるように付けます。出席番号が「連絡番号」と同じ生徒は何人いますか。

→ 928

5

整数を1から順に並べた数の列(ア)があります。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ... ———(ア)

この(ア)から、2の倍数と3の倍数と5の倍数をすべて取りのぞいた数の列を(イ)とします。(このとき、それぞれの数の順序は変えないものとします。)

- (1) 31という数は、(イ)の何番目にあるか答えなさい。
- (2) (イ)の31番目の数を答えなさい。
- (3) 1831という数は、(イ)の何番目にあるか答えなさい。
- (4) (イ)にふくまれる7の倍数のうち、小さいほうから数えて31番目の数を答えなさい。

6

右のように、あるきまりにしたがって $\{1, 2, 3\}$ の 3 種類の数字を並べていきます。たとえば、4 段目の 3 番目には 2 が並んでいて、1 が 4 回目にあられるのは、3 段目の 2 番目です。このとき、次の各問いに答えなさい。

1 段目										1				
2 段目									2	1	3			
3 段目								1	1	2	1	3		
4 段目							1	1	2	1	3	1	1	
5 段目						2	1	3	1	1	2	1	3	1
⋮														

(1) 9 段目の 5 番目に並んでいる数字は何ですか。

(2) 1 が 100 回目にあられるのは、何段目の何番目ですか。

→ 905

7

1 から 100 までの整数が右のように並んでいる表の上で、たて 2 列横 3 行の 6 個の数が入る長方形のわくを、向きを変えないで、上下・左右に動かします。わくの中の 1 番小さい数が a のとき、わくの中の 6 個の数の和を $[a]$ で表します。たとえば、図のように、わくの中の 1 番小さい数が 12 で、6 個の数の和が $12+13+22+23+32+33=135$ のときは、 $[12]=135$ です。次の問いに答えなさい。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- (1) ① $[6]-[5]$ ② $[77]-[67]$ ③ $[72]-[39]$ を計算するとそれぞれいくつですか。
 (2) $[a]-[43]=66$ になる数 a はいくつですか。
 (3) $[a]-[b]=66$ になる数 a, b の組は全部で何組ありますか。
 (4) $[a]-[b]=396$ になる数 a, b の組は全部で何組ありますか。

→ 905