

最難関中コース
算数 標準

問題

8. 数列 ⑥-C

中受ゼミ G

1

ある星の暦は、地球
と異なっています。

	1月					2月					3月					4月				
	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金
右の図は、今年の1月から4月	4	5	6	7	8	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6
までのカレンダーです。	9	10	11	12	13	8	9	10	11	12	8	9	10	11	12	7	8	9	10	11
このカレンダーのように、1	14	15	16	17	18	13	14	15	16	17	13	14	15	16	17	12	13	14	15	16
	19	20	21			18	19	20			18	19	20	21	17	18	19	20	21	

週間は月曜日、火曜日、水曜日、木曜日、金曜日の5日になっていて、奇数の月と4の倍数の月は21日まで、それ以外の月は20日まであります。また、16ヶ月で1年です。この星の暦について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 2月1日の500日後は、何月何日ですか。
- (2) 今年の1月1日は水曜日です。
 - ① 今年の7月10日は何曜日ですか。
 - ② 次に1月1日が水曜日になるのは何年後ですか。
 - ③ 今年のはじめから数えて、50回目の火曜日は、何月何日ですか。

→ 1002

2

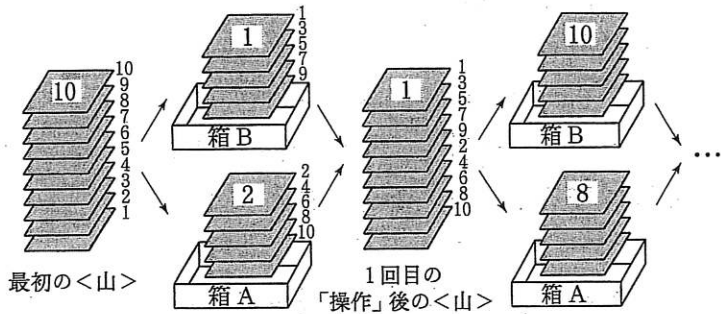
1 ~ 10 の整数がそれぞれ書かれた10枚のカードを、整数の小さい順に下から重ねたカードの〈山〉があります。このカードの〈山〉に、次の「操作」を行います。

「操作」

- ① 〈山〉の上から1枚ずつカードを取り、最初にとったカードを箱 A、2枚目にとったカードを箱 B に入れ、残りのカードも箱 A と箱 B の順に、交互に重ねていく。
- ② 箱 A のカードの上に箱 B のカードを重ねて、新しく〈山〉を作る。

例えば、右の図のように最初の〈山〉に1回目の「操作」を行うと、新しい〈山〉ができます。新しくできた〈山〉に対して再び「操作」を行う、ということを繰り返すとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) 3回目の「操作」が終わったとき、下から2番目のカードに書かれている整数を答えなさい。
- (2) 2015回目の「操作」が終わったとき、下から2番目のカードに書かれている整数を答えなさい。



→ 1015

3

「各けたの数字を並べかえてできる最大の数と最小の数の差をとる」という操作をくり返し行い、計算の結果が変わらなくなるか、あるいは0になったとき終了とします。数字を並べかえるとき、先頭に0がきて01, 012, 001, 0034となるようなものはそれぞれ1, 12, 1, 34として計算します。

例えば100から始めると $100-001=99$, $99-99=0$ となり、100の終了となる値は0で、操作の回数は2です。

102から始めると $210-012=198$, $981-189=792$, $972-279=693$, $963-369=594$, $954-459=495$, $954-459=495$ となり、102の終了となる値は495で、操作の回数は6です。

(1) 144の終了となる値と操作の回数を答えなさい。

(2) 1234の終了となる値と操作の回数を答えなさい。

(3) 2015の終了となる値と操作の回数を答えなさい。

(4) 100以外の3けたの数のうち、この操作をくり返し行ったときに終了となる値が0であるものを2つ探しなさい。ただし、111や222のように1回の操作で0になるものは除きます。

→ 1010

4

1から順に1, 2, 3, 4, …とそれぞれの番号が書かれたカードが1枚ずつあります。まず, これらのカードを1から番号順に何枚かとりだし, 時計回りに並べます。そして, 次の規則にしたがって, カードを1枚ずつ取りのぞいていきます。

規則1: まず, 1のかかれたカードを取りのぞく。

規則2: あるカードを取りのぞいたら, 次にその取りのぞいたカードから時計回りに数えて2枚目のカードを取りのぞく。これをカードが1枚だけ残るまでくりかえす。

例えば, カードの枚数を10枚で始めたとき, 取りのぞくカードは順に,

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 8$

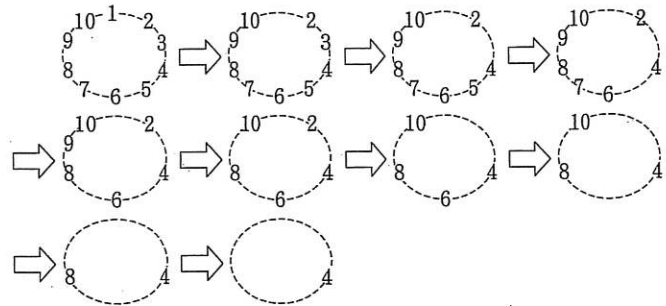
となり, 最後に残るカードは右の図のように4となります。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) カードの枚数を11枚で始めたとき, 最後に残るカードの番号を答えなさい。

(2) カードの枚数を3枚以上20枚以下

のいずれかで始めたとき, 最後に残るカードの番号が, 最初に並べたカードの枚数と一致^{いっち}することが, 全部で3回ありました。それは何枚で始めたときですか。すべて答えなさい。



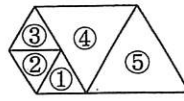
→ 1017

5

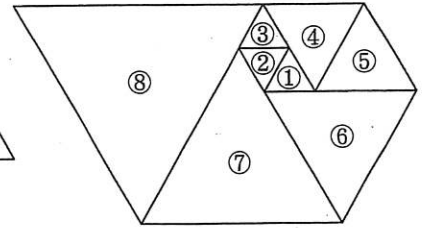
いろいろな大きさの正三角形を、次のように置いていきます。はじめに、下の図1のように1辺の長さが1cmの正三角形①②③と1辺の長さが2cmの正三角形④⑤を置きます。

次からは、できた図形の最も長い辺を1辺とする正三角形をもとの図形のとなりに、図2のようにうずまき状に置いていきます。このとき、次の問いに答えなさい。

<図1>



<図2>

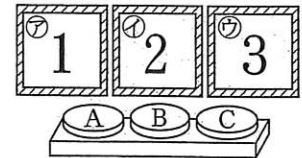


- (1) ⑩の正三角形を置いたとき、できる図形の周の長さは何 cm ですか。
- (2) ⑮の正三角形を置いたとき、できる図形の面積は①の正三角形の面積の何倍ですか。

→ 922

6

右の図のように、㊦、㊧、㊨の3つの画面に最初は1, 2, 3が表示されており, A, B, Cのボタンをおすと, 次の①~④のルールにしたがって数字が変わります.



ルール

- ① 画面の数字は $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow \dots$ の順に変わります.
- ② Aのボタンを1回おすと㊦, ㊧, ㊨の数字がそれぞれ次の数字に変わります.
- ③ Bのボタンを1回おすと㊦, ㊧の数字がそれぞれ次の数字に変わります.
- ④ Cのボタンを1回おすと㊦の数字が次の数字に変わります.

このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) ㊦, ㊧, ㊨の数字をそれぞれ6, 5, 7にするためには, ボタンをおす回数の合計は最も少なくして何回ですか.
- (2) 画面の数字を3桁の数と^{けた}考えます. ボタンを合わせて1000回おしてできる最も大きい数は何ですか.

→ 895

7

分数が並んでいる列に対して、次の操作をくり返し行います。

操作：となりあう分数の分子にかかっている数字どうし、分母にかかっている数字どうしをたして新しい分数をつくり、これを2つの分数の間に入れる。ただし、約分はしないものとする。

最初に与えられた分数の列が $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

のとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 操作を4回行ったとき、右から7個目の分数を答えなさい。
- (2) 操作を7回行ったとき、並んでいる分数の個数を答えなさい。
- (3) 操作を8回行ったとき、並んでいる分数の分母にかかっている数字をすべてたすといくつになるか答えなさい。

→ 927

(例) 最初に与えられた分数の列が

$\frac{1}{6}, \frac{3}{4}$ のとき

$\frac{1}{6}, \frac{3}{4}$

(操作1回目)

↓

$\frac{1}{6}, \frac{4}{10}, \frac{3}{4}$

(操作2回目)

↓

$\frac{1}{6}, \frac{5}{16}, \frac{4}{10}, \frac{7}{14}, \frac{3}{4}$

(操作3回目)

↓

⋮